SVEUČILIŠTE U ZAGREBU

FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

Zbirka zadataka iz kolegija

Nauka o čvrstoći I

Zagreb, 2019.

Uredio:

Ivan Trapić, mag. ing. mech.

Zadatke pripremili:

doc. dr. sc. Tomislav Lesičar, mag. ing. mech

dr. sc. Jasna Leder Horina, mag. ing. mech.

dr. sc. Lana Virag, mag. ing. mech

Daria Ćurko, mag. ing. mech.

Joško Frančeski, mag. ing. mech.

Matija Novak, mag. ing. mech.

Ivan Trapić, mag. ing. mech.

Zbirku pregledali i odobrili:

Prof. dr. sc. Tanja Jurčević Lulić, dipl. ing.

Prof. dr. sc. Igor Karšaj, dipl. ing.

izv. prof. dr. sc. Tomislav Jarak, dipl. ing.

doc. dr. sc. Tomislav Lesičar, mag. ing. mech.

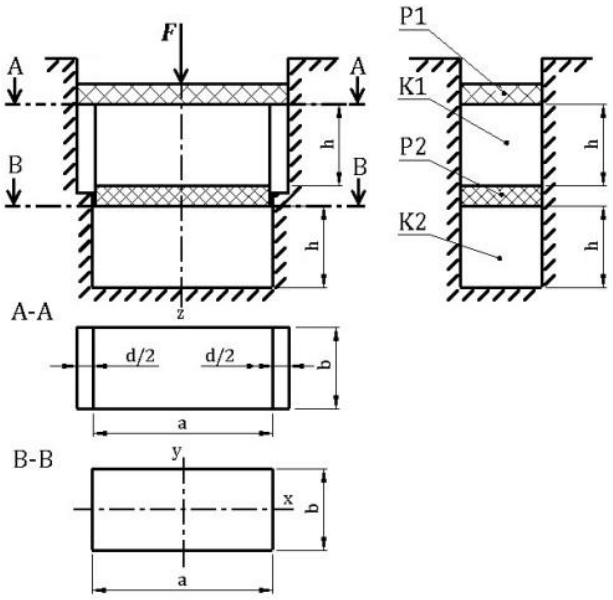
doc. dr. sc. Ivica Skozrit, dipl. ing.

1. zadatak

Dva kvadra K1 i K2, oba dimenzija $a \times b \times h$, izrađenu su od bakra i smješteni su u pravokutni otvor. Stjenke otvora su krute i ne deformiraju se. Sila F djeluje preko kute ploče P1 na kvadar K1. Između kvadara se nalazi kruta ploča P2. Potrebno je:

a) izračunati kolika je sila F potrebna da kvadar K1 dodirne sve četiri stjenke šupljine,
b) za izračunatu silu F odrediti ekvivalentno naprezanje u kvadru K1 prema energijskoj teoriji,
c) za izračunatu silu F odrediti ekvivalentno naprezanje u kvadru K2 prema teoriji najvećeg posmičnog naprezanja.

Zadano: a = 25 mm, b = 10 mm, h = 35 mm, d = 0,01 mm, E = 100 GPa, ν = 0,33.



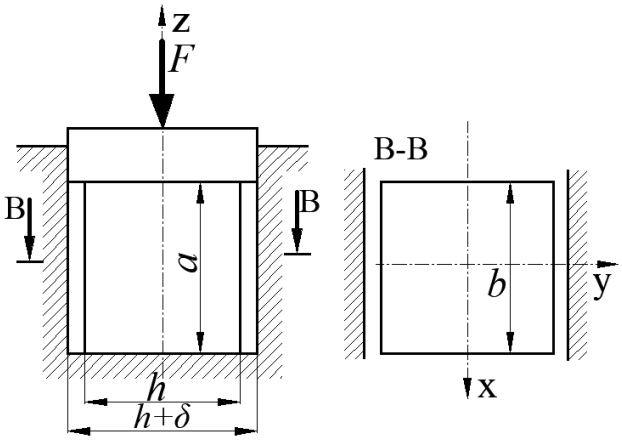
Rješenje: F = 22,78 kN, σ^1_{ekv} = 80,42 MPa, σ^2_{ekv} = 46,24 MPa

2. zadatak

Homogeni blok pravokutnog poprečnog presjeka nalazi se u šupljini idealno krutih stijenki prema slici. Blok je opterećen silom F preko idealno krute ploče. Potrebno je:

a) odrediti iznos sile F_1 pri kojoj će blok dodirivati sve stijenke šupljine, normalna naprezanja koja se javljaju u bloku i pripadajuće deformacije,
b) odrediti normalna naprezanja i deformacije, te iznos sile potreban da $\Delta a_2 = 2\Delta a_1$.

Zadano: $a = 0,2$ m, $b = a$, $h = 0,7a$, δ=0,1 mm, $E = 120$ GPa, υ=0,4.



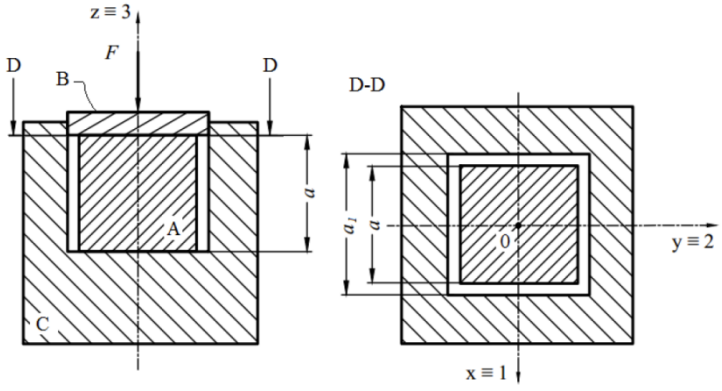
Rješenje: $F_1 = 6000$ kN, $\sigma_{za} = -214,28$ MPa, $\varepsilon_{xa} = 0,000714$, $\varepsilon_{ya} = 0,000714$, $\varepsilon_{za} = -0,00178$

$F_2 = 13142,86$ kN, $\sigma_{xb} = 0$ MPa, $\sigma_{yb} = -102,04$ MPa, $\sigma_z = -469,38$ MPa, $\varepsilon_{xa} = 0,00096$, $\varepsilon_{yb} = 0,000714$, $\varepsilon_{zb} = -0,00357$

3. zadatak

Na kocku A, stranice a = 10 mm, preko krute ploče djeluje sila F = 10 kN. Kocka se nalazi u krutom bloku C čija je šupljina kvadratnog oblika sa stranicama a_1 = 10,001 mm. Potrebno je odrediti naprezanja u pravcima osi 1, 2 i 3, ako je modul elastičnosti materijala kocke E = 100 GPa, a Poissonov koeficijent ν = 0,32.

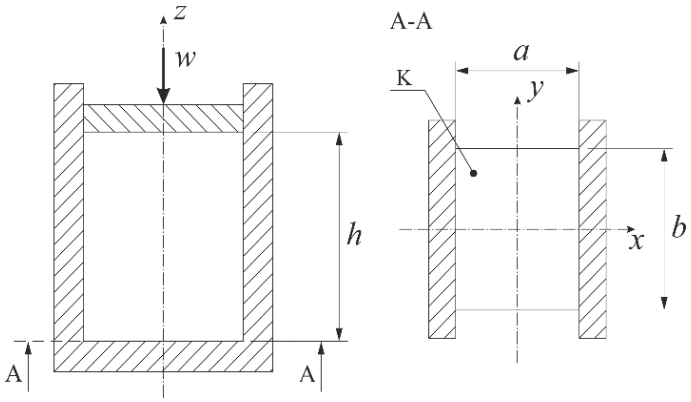
Rješenje: $\sigma_1 = \sigma_2$ = -32,25 MPa, σ_3 = -100 MPa.



4. zadatak

Kvadar K dimenzija $a \times b \times h$ postavljen je između dvije nepomične krute ploče udaljene za a prema slici. Na kvadar djeluje sila preko krute ploče zbog koje se visina kvadra smanji za w. Potrebno je odrediti volumnu deformaciju kvadra.

Zadano: $a = 50\,\text{mm}, b = 80\,\text{mm}, h = 100\,\text{mm},$
$E = 200\,\text{GPa}, \nu = 0,3, w = 0,01\,\text{mm}.$



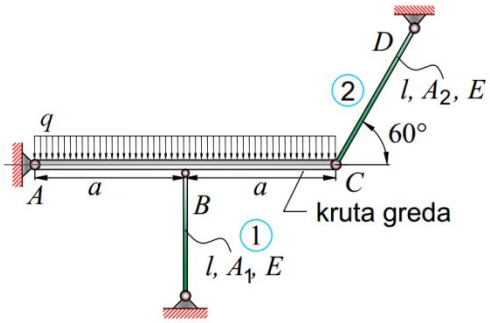
Rješenje: $\Theta = -5,71 \cdot 10^{-5}$

5. zadatak

Konstrukcija prema slici sastoji se od štapova 1 i 2 kružnog poprečnog presjeka, izrađenih od istog materijala te idealno krute grede zglobno oslonjene u osloncu A. Na krutu gredu djeluje kontinuirano opterećenje q. Potrebno je:

a) odrediti opterećenje q pri kojem se štap 2 produlji 0,1 mm,
b) odrediti naprezanja u štapovima,
c) skicirati raspodjelu naprezanja po visini poprečnog presjeka štapa 1.

Zadano: $d_1 = 10$ mm, $d_2 = \sqrt{2}\, d_1$, $E = 210$ GPa, $l = 1$ m.

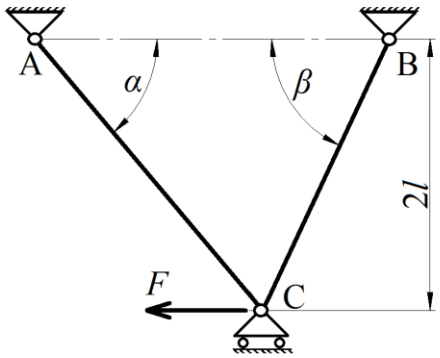


Rješenje: $q = 3333,228$ N/m, $\sigma_1 = -12,12$ MPa, $\sigma_2 = +21$ MPa

6. zadatak

Za štapnu konstrukciju zadanu i opterećenu prema slici potrebno je odrediti naprezanja u štapovima. Štapovi su od istog materijala modula elastičnosti E i jednakog poprečnog presjeka površine A. U zglobu C nalazi se pomični zglobni oslonac.

Zadano: $l, F, A, E, \alpha = 50°, \beta = 80°$.

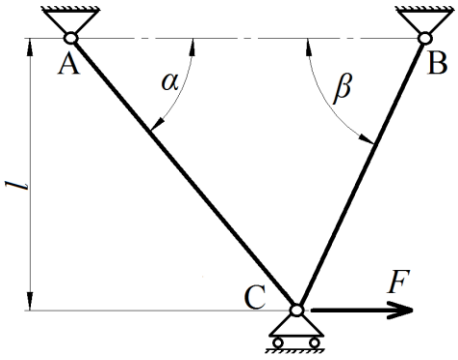


Rješenje: $\sigma_1 = -1,4221\ F/A$, tlak, $\sigma_2 = 0,4940\ F/A$, vlak.

7. zadatak

Za štapnu konstrukciju zadanu i opterećenu prema slici potrebno je odrediti naprezanja u štapovima. Štapovi su od istog materijala modula elastičnosti E i jednakog poprečnog presjeka površine A. U zglobu C nalazi se, pomični zglobni oslonac.

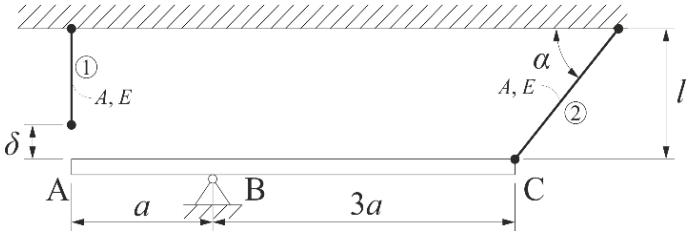
Zadano: $l, F, A, E, \alpha = 70°, \beta = 80°$.



Rješenje: $\sigma_1 = 2,3014\ F/A$, vlak $\sigma_2 = -1,2248\ F/A$, tlak.

8. zadatak

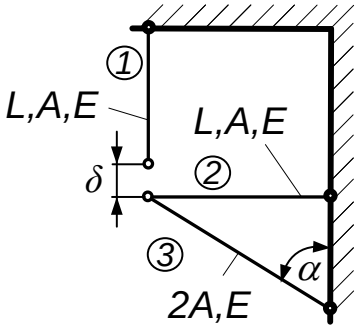
Kruta greda povezana je s okolinom s dva štapa jednakog kružnog poprečnog presjeka koji su izrađeni od istog materijala. Štap 1 izrađen je kraći za δ, $\delta<<l$, od potrebne mjere za ugradnju. Nakon prisilne montaže štapa 1 na krutu gredu, potrebno je odrediti naprezanja u štapovima 1 i 2.
Zadano: $A, E, a, l, \delta, \alpha = 50°$.



Rješenje: $\sigma_1 = 0,8018\,\frac{\delta E}{l}, \sigma_2 = 0,3489\,\frac{\delta E}{l}$

9. zadatak

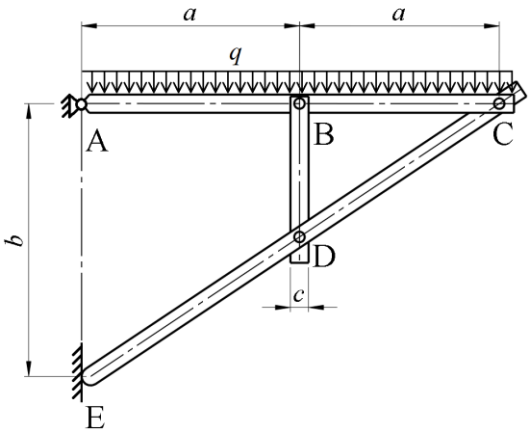
Štapna konstrukcija prema slici treba biti vezana u zajedničkom zglobu. Štap 1 je za δ izrađen kraći od predviđene mjere. Odrediti naprezanja u štapovima nakon dovršene montaže.
Zadano: $L, A, E, \delta, \alpha = 60°$.



Rješenje: $\sigma_1 = \frac{3}{4\left(3+\sqrt{3}\right)}\frac{\delta E}{L}, \sigma_2 = \frac{-3\sqrt{3}}{4\left(3+\sqrt{3}\right)}\frac{\delta E}{L}, \sigma_3 = \frac{3}{4\left(3+\sqrt{3}\right)}\frac{\delta E}{L}$

10.zadatak

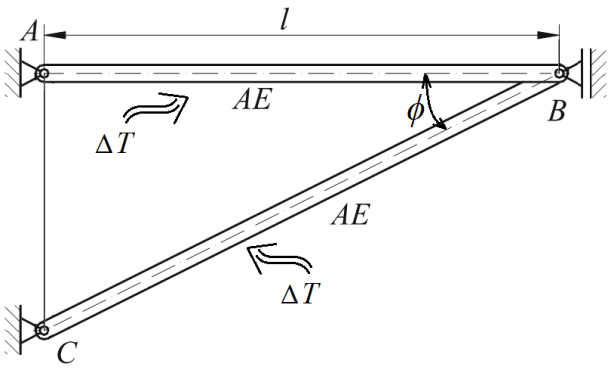
Krute grede AC i EC, zanemarive mase, povezane su zglobno u C i štapom BD kvadratnog poprečnog presjeka. Greda EC se u točki E oslanja na glatki vertikalni zid. Potrebno je:
a) odrediti dimenzije poprečnog presjeka štapa BD,
b) skicirati raspodjelu naprezanja po visini poprečnog presjeka štapa BD,
c) promjenu duljine štapa BD.
Zadano: a = 2,5 m, b = 3 m, q = 50 kN/m, σ_{dop} = 100 MPa, E = 200 GPa.



Rješenje: $c \geq 50$ mm, $\Delta l_{BD} = 0,75$ mm

11.zadatak

Štapnoj konstrukciji zadanoj prema slici povećala se temperatura za ΔT. Odredite reakciju i pomak **pomičnog** oslonca B te naprezanja u štapovima. Štapovi su kružnog poprečnog presjeka.
Zadano: $A, E, l, \Delta T, \alpha, \phi = 40°$.



Rješenja:
$F_B = AE\alpha\Delta T$, $\delta_B = 2,0308\,\alpha\Delta Tl$, $\sigma_{AB} = -E\alpha\Delta T$, $\sigma_{CB} = 0$.

12.zadatak

1. Konstrukcija prema slici sastoji se od štapova kružnog poprečnog presjeka. Oba štapa su zglobno vezana za krutu gredu ABCD. Potrebno je:

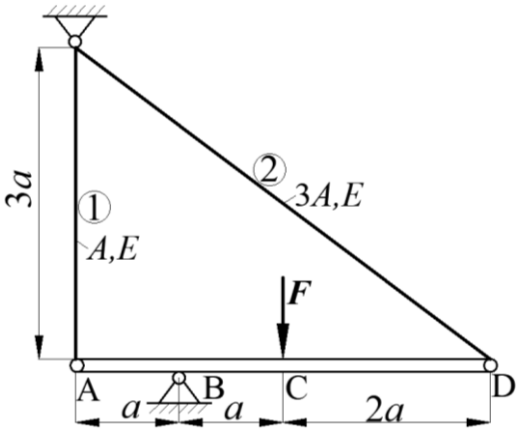
a) odrediti naprezanja u štapovima 1 i 2 koja nastaju uslijed djelovanja sile F u točki C,

b) skicirati raspodjelu naprezanja po visini poprečnog presjeka štapova,

c) provjeriti hoće li doći do izvijanja štapa.

Zadano: $a = 1$ m, $A = 6$ cm^2, $F = 100$ kN, $E = 210$ GPa,

$\sigma_P = 180$ MPa, $\sigma_T = 220$ MPa, $\sigma_0 = 260$ MPa.



Rješenje: $\sigma_1 = -24,4$ MPa, $\sigma_2 = 26,34$ MPa, $\sigma_{kr} = 10,996$ MPa.

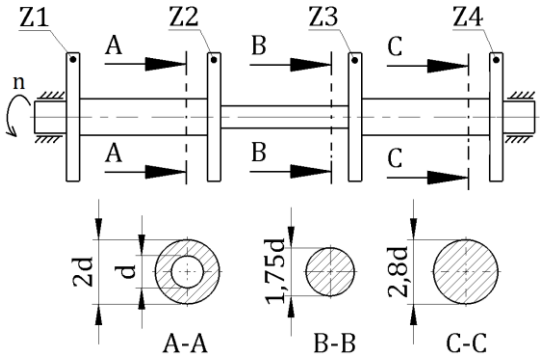
13.zadatak

Na stupnjevano vratilo preko zupčanika Z1 i Z3 dovodi se snaga P_1 i P_3 dok se preko zupčanika Z2 i Z4 odvodi snaga P_2 i P_4. Vratilo se okreće konstantnim brojem okretaja n. Potrebno je:

a) skicirati i kotirati dijagram momenata uvijanja,

b) odrediti najmanji dopušteni iznos promjera d.

Zadano: P_1 = 150 kW, P_3 = 500 kW, P_4 = 400 kW,
$n = 6000/\pi$ min^{-1}, τ_{dop} = 30 MPa.

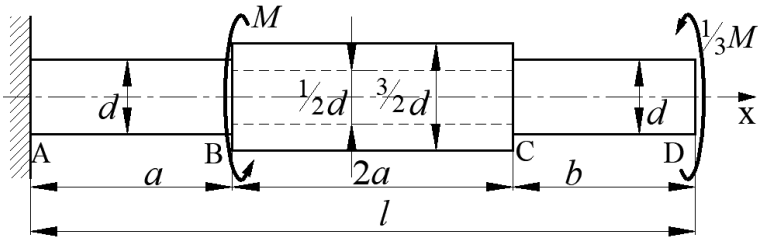


Rješenje: $d \geq 25,7$ mm

14.zadatak

Odredite duljine a i b štapa promjenjivog poprečnog presjeka opterećenog momentom torzije M prema slici, ako se zahtijeva da kut zakreta u D bude nula. Skicirati i kotirati dijagrame momenata uvijanja i kuteva zakreta α.

Zadano: M, l, d, G.

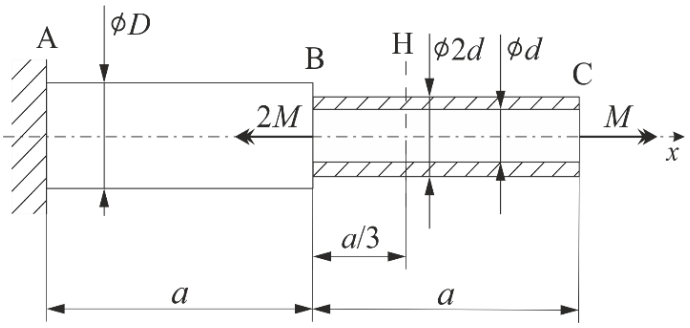


Rješenje: $a = \frac{5}{23} l$, $b = \frac{8}{23} l$.

15.zadatak

Za vratilo promjenjivog poprečnog presjeka prema slici, potrebno je odrediti iznos momenta M da zakret presjeka na mjestu točke C bude jednak 3°. Za tako dobiveni iznos momenta M potrebno je skicirati i kotirati raspodjelu naprezanja na presjeku u točki H.

Zadano: $D = 80$ mm, $d = 30$ mm, $a = 1,5$ m, $G = 90$ GPa.

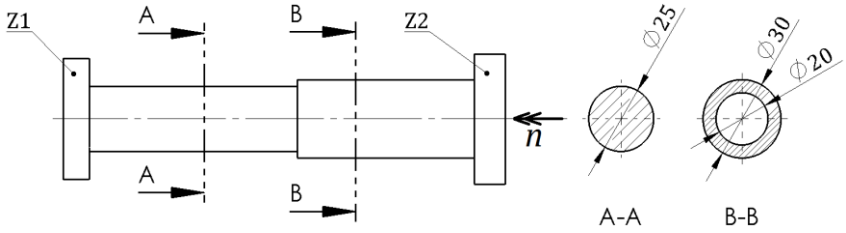


Rješenje:
$M = 5327,736$ Nm, $\tau_u = 67$ MPa, $\tau_v = 134$ MPa.

16.zadatak

Na vratilo, koje se okreće konstantnim brojem okretaja n, preko zupčanika Z1 dovodi se snaga P_1 dok se zupčanikom Z2 odvodi snaga P_2. Potrebno je provjeriti da li vratilo zadovoljava kriterij čvstoće. Za izračunato opterećenje skicirajte i kotirajte raspodjelu naprezanja na presjeku B-B.

Zadano: $n = 4200/\pi$ okr/min, $P_1 = 35$ kW, $\tau_{dop} = 90$ N/mm^2.

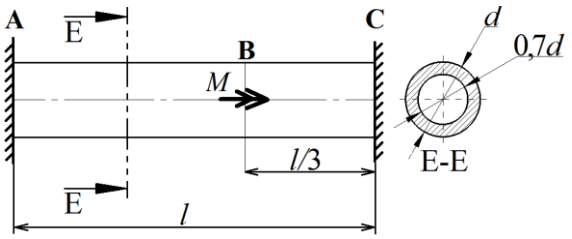


Rješenje: $\tau_u^B = 39{,}18$ MPa, $\tau_v^B = 58{,}76$ MPa.

17.zadatak

Za vratilo zadano i opterećeno prema slici potrebno je odrediti kut zakreta na mjestu presjeka B te skicirati i kotirati raspodjelu naprezanja na mjestu kritičnog presjeka. Hvatište momenta M je u presjeku B.

Zadano: $d = 40$ mm, $G = 80$ GPa, $l = 1{,}2$ m, $M = 300$ Nm.

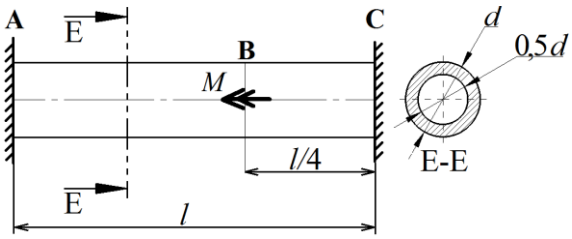


Rješenje: $\varphi = 5{,}236 \cdot 10^{-3}$ rad, $\tau_{max} = -20{,}94$ MPa.

18.zadatak

Za vratilo zadano i opterećeno prema slici potrebno je odrediti kut zakreta na mjestu presjeka B te skicirati i kotirati raspodjelu naprezanja na mjestu kritičnog presjeka. Hvatište momenta M je u presjeku B.

Zadano: $d = 50$ mm, $G = 80$ GPa, $l = 1{,}6$ m, $M = 800$ Nm.



Rješenje: $\varphi = -5{,}215 \cdot 10^{-3}$ rad, $\tau_{max} = 26{,}08$ MPa.

19.zadatak

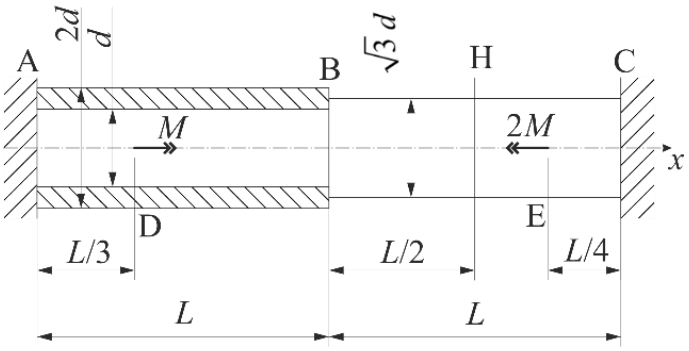
Zadan je nosač promjenjivog poprečnog presjeka opterećen prema slici. Potrebno je:

a) skicirati i kotirati M_t dijagram,

b) odrediti iznos momenta uvijanja M prema kriteriju čvrstoće,

c) skicirati raspodjelu tangencijalnih naprezanja u presjeku H.

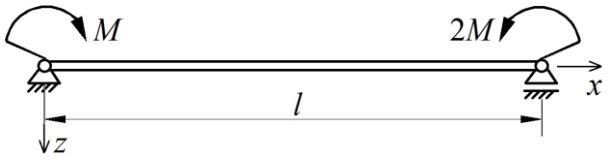
Zadano: $L = 1\,\text{m}, d = 20\,\text{mm}, G = 80\,\text{GPa},$
$\tau_{dop} = 20\,\text{MPa}, \vartheta_{dop} = 0{,}4\,°/\text{m}.$



Rješenje: $M \le 104{,}47$ Nm, $\tau_v = -5{,}6$ MPa

20.zadatak

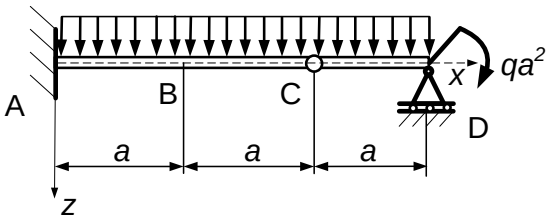
Za konstrukciju zadanu i opterećenu prema slici odredite maksimalne iznose progiba i normalnih naprezanja. Greda je kružnog poprečnog presjeka promjera d. Skicirajte izgled elastične linije.
Zadano: M = 40 Nm, l = 1,5 m, E = 200 GPa, d = 30 mm.



Rješenje: w_{max} = 2,123 mm, σ_x^{max} = 30,18 MPa.

21.zadatak

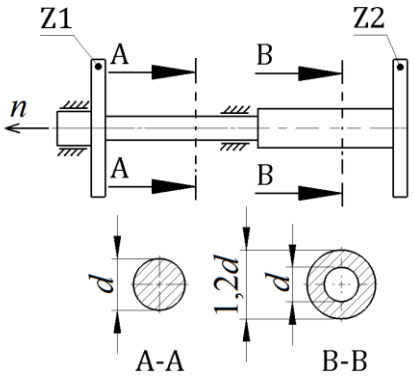
Za gredu, zadanu i opterećenu prema slici, potrebno je metodom integriranja diferencijalne jednadžbe elastične linije odrediti progibe presjeka B i C te nagib tangente na elastičnu liniju u presjeku C. Zadano: q, a, EI = konst.



Rješenje: $w_B = 7/24\ qa^4/(EI)$, $w_C = 2/3\ qa^4/(EI)$, $\alpha_C^L = -1/3\ qa^3/(EI)$, $\alpha_C^L = 19/24 qa^3/(EI)$

22.zadatak

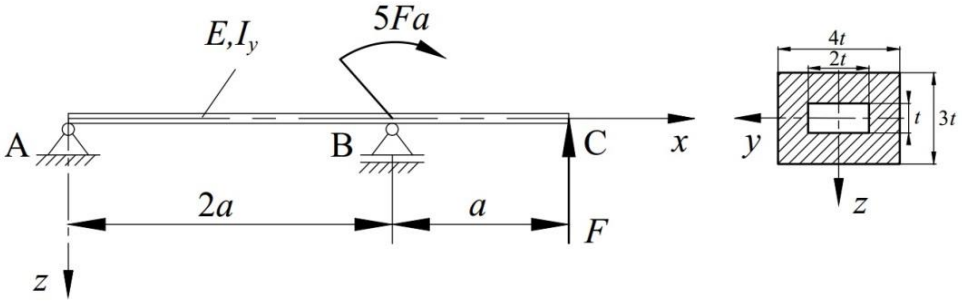
Odredite najveću snagu koja se može prenijeti vratilom koje se okreće konstantnim brojem okretaja n. Poznat je iznos najvećeg dopuštenog posmičnog naprezanja τ_{dop}. Vratilo je oslonjeno prema slici. Zupčanikom Z1 se dovodi, a zupčanikom Z2 se snaga odvodi. Za izračunatu snagu skicirajte i kotirajte raspodjelu naprezanja u presjecima A-A i B-B.
Zadano: n = 1000 okr/min, d = 15 mm, τ_{dop} = 50 MPa.



Rješenje: τ_{max}^{AA} = 44,73 MPa, τ_{max}^{BB} = 50 MPa.

23.zadatak

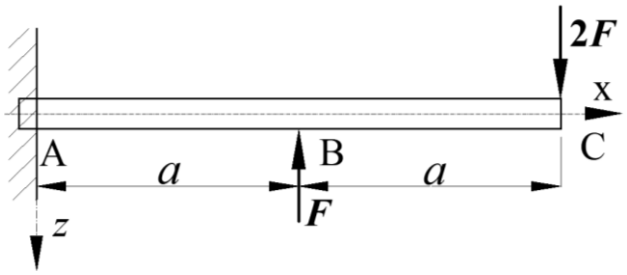
Za gredu šupljeg pravokutnog poprečnog presjeka, zadanu i opterećenu prema slici, potrebno je metodom integriranja diferencijalne jednadžbe elastične linije odrediti iznos sile F, ako je progib $w(2{,}5a) = a/200$. Zadano: E, a, t.



Rješenje: $F = 0{,}035932 \cdot Et^4/a^2$

24.zadatak

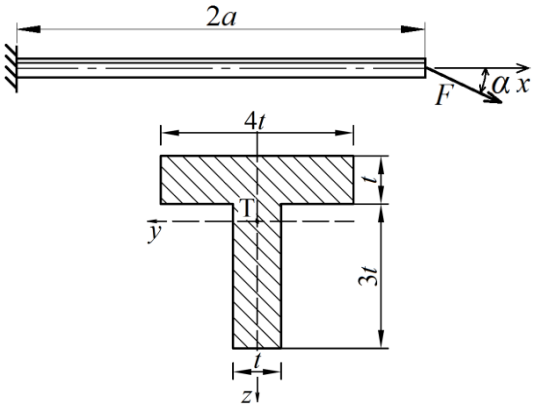
Za konzolu, zadanu i opterećenu prema slici, potrebno je odrediti *metodom integriranja diferencijalne jednadžbe elastične linije* vertikalni pomak točke B i C, te nagib tangentne na elastičnu liniju u točki B. Skicirati i kotirati dijagrame unutarnjih momenata te skicirati elastičnu liniju nosača.
Zadano: F, a, EI_y.



Rješenje: $\alpha_B = -\frac{5}{2}Fa^2$, $w_B = \frac{4}{3}Fa^3$, $w_C = \frac{9}{2}Fa^3$.

25.zadatak

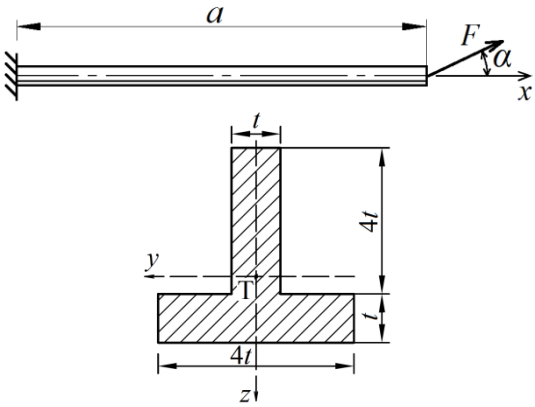
Za konzolu, poprečnog presjeka u obliku T profila, zadanu i opterećenu prema slici potrebno je odrediti ekstremne vrijednosti vlačnog i tlačnog normalnog naprezanja te skicirati i kotirati raspodjelu normalnih naprezanja po visini poprečnog presjeka.
Zadano: a = 0,3 m, F = 10 kN, t = 10 mm, α = 1°.



Rješenje: σ_x^{vlak} = 29,33 MPa, σ_x^{tlak} = -15,03 MPa.

26.zadatak

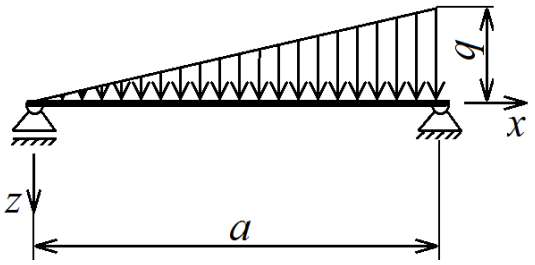
Za konzolu, poprečnog presjeka u obliku T profila, zadanu i opterećenu prema slici potrebno je odrediti ekstremne vrijednosti vlačnog i tlačnog normalnog naprezanja te skicirati i kotirati raspodjelu normalnih naprezanja po visini poprečnog presjeka.
Zadano: a = 0,7 m, F = 10 kN, t = 10 mm, α = 1°.



Rješenje: σ_x^{vlak} = 24,27 MPa, σ_x^{tlak} = -9,36 MPa.

27.zadatak

Za gredu konstantnog poprečnog presjeka aksijalnog momenta tromosti *Iy* zadanu i opterećenu prema slici odredite progib na koordinatama $x = a/3$ i $x = 2a/3$ te skicirajte izgled elastične linije.
Zadano: a, E, I_y, q.

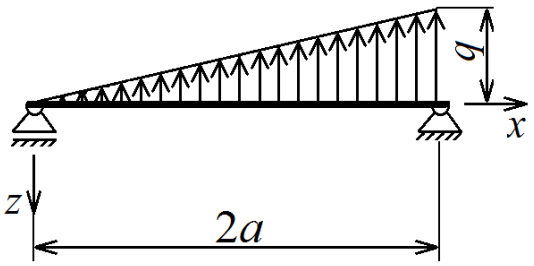


Rješenje: $w(x = a/3) = 5{,}487 \cdot 10^{-3}\, qa^4/EI_y$,
$w(x = 2a/3) = 5{,}830 \cdot 10^{-3}\, qa^4/EI_y$.

28.zadatak

Za gredu konstantnog poprečnog presjeka aksijalnog momenta tromosti *Iy* zadanu i opterećenu prema slici odredite progib na koordinatama $x = 2a/3$ i $x = 4a/3$ te skicirajte izgled elastične linije.

Zadano: a, E, I_y, q.



Rješenje: $w(x = 2a/3) = -87{,}79 \cdot 10^{-3}\, qa^4/EI_y$,
$w(x = 4a/3) = -93{,}28 \cdot 10^{-3}\, qa^4/EI_y$.

29.zadatak

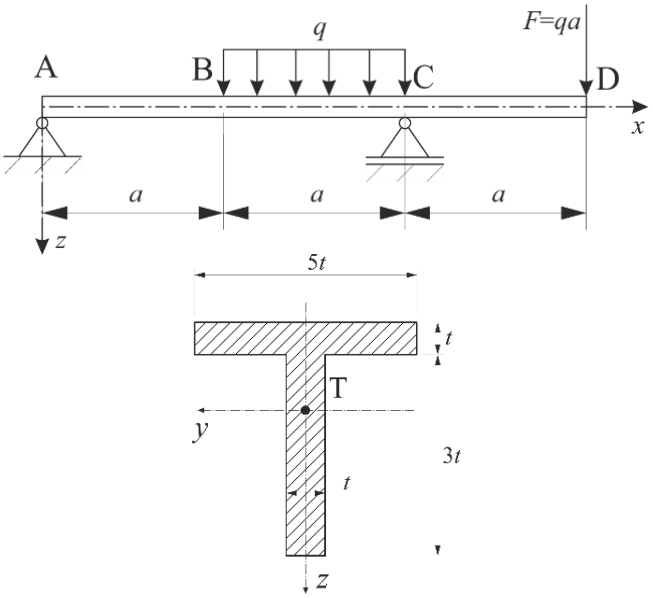
Za gredu, zadanu i opterećenu prema slici, potrebno je:

a) skicirati i kotirati Q_z i M_y dijagrame,

b) dimenzionirati poprečni presjek grede (odrediti parametar t),

c) skicirati i kotirati raspodjelu normalnih naprezanja po visini poprečnog presjeka u presjeku B(x=a)

Zadano: $q = 10\,\text{kN/m}$, $a = 1\,\text{m}$, $\sigma_{\text{dop}} = 220\,\text{MPa}$.



Rješenje:
$t \geq 23{,}08\,\text{mm}$, $\sigma_V = 22{,}24\,\text{MPa}$, $\sigma_T = -48{,}92\,\text{MPa}$

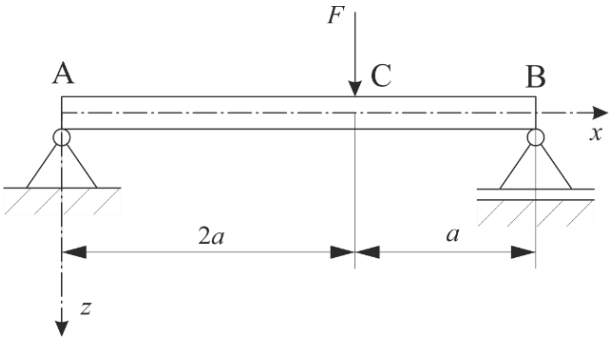
30.zadatak

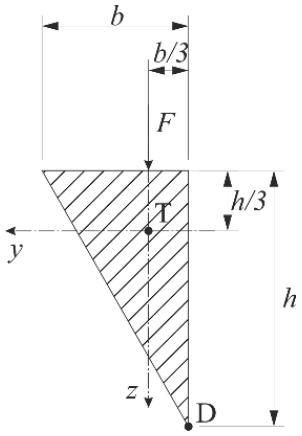
Za gredu, zadanu i opterećenu prema slici, potrebno je:

a) skicirati i kotirati dijagram momenata savijanja,

b) odrediti iznos normalnog naprezanja u točki D na poprečnom presjeku s koordinatom x=a.

Zadano: $F = 150\,\text{N}$, $E = 120\,\text{GPa}$, $a = 1\,\text{m}$, $b = 30\,\text{mm}$, $h = 50\,\text{mm}$.

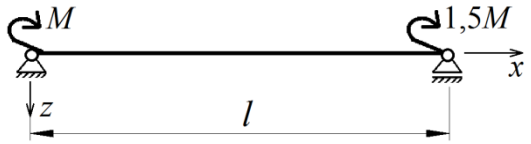


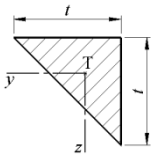


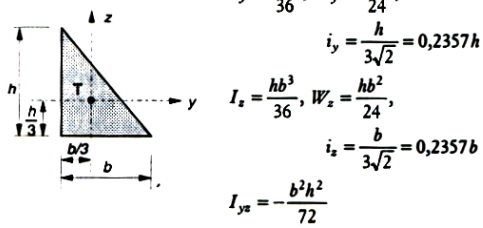
Rješenje: $\sigma_x = 16\,\text{MPa}$

31.zadatak

Za gredu zadanu i opterećenu prema slici potrebno je odrediti maksimalno naprezanje na presjeku $x = 0{,}7l$.
Zadano: $M = 10$ Nm, $l = 1$ m, $t = 15$ mm.





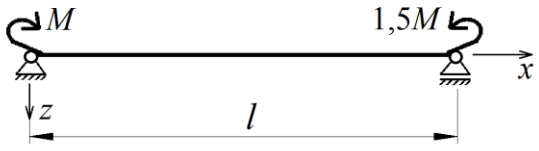


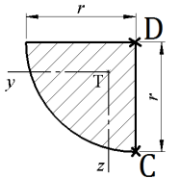
Podaci iz priručnika.

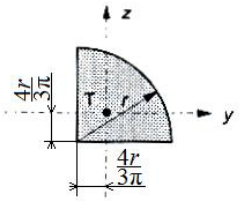
Rješenje: $\sigma_x^{max} = 53{,}33$ MPa, $\sigma_x^{min} = -53{,}31$ MPa.

32.zadatak

Za gredu zadanu i opterećenu prema slici potrebno je odrediti naprezanje na presjeku $x = 0{,}4l$ u točkama C i D te odrediti položaj neutralne linije.
Zadano: $M = 10$ Nm, $l = 1$ m, $r = 15$ mm.







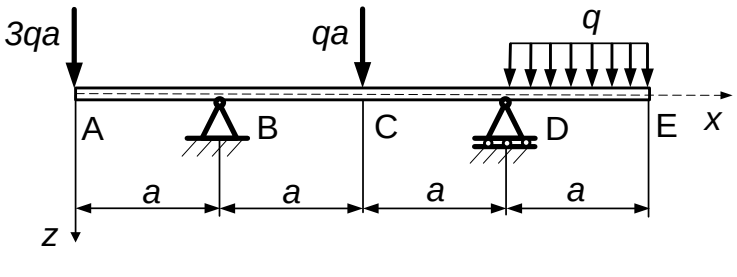
$I_y = I_z = 0{,}0549r^4$, $I_{yz} = -0{,}0165r^4$
$W_y = W_z = \frac{\pi r^3}{48}\frac{9\pi^2 - 64}{3\pi - 4} = 0{,}923r^3$
$i_y = i_z = 0{,}2075r$

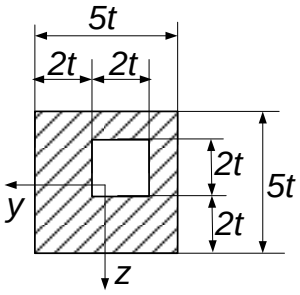
Podaci iz priručnika.

Rješenje: $\sigma_x^C = 31{,}93$ MPa, $\sigma_x^D = -39{,}30$ MPa.

33.zadatak

Za gredu s prepustima, zadanu i opterećenu na koso savijanje prema slici, potrebno je odrediti iznos maksimalnog naprezanja. Zadano: $a = 0{,}5$ m, $t = 7$ mm, $E = 210$ GPa, $q = 1$ N/mm.

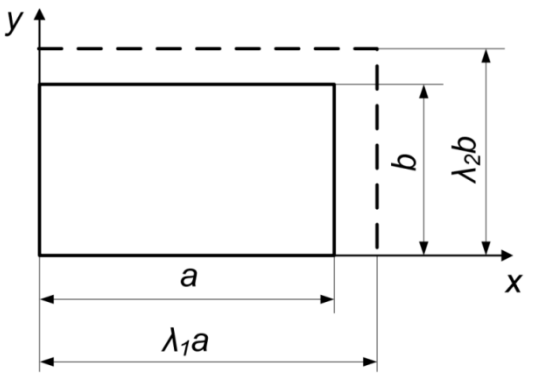




Rješenje: $\sigma_{max} = 106{,}81$ MPa

34.zadatak

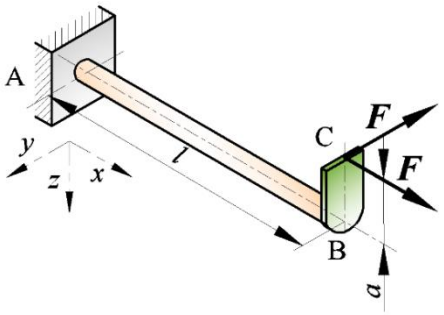
Tanka homogena ploča dimenzija $a \times b$ nakon deformiranja poprima dimenzije $\lambda_1 a \times \lambda_2 b$. Odrediti ekvivalentna naprezanja u ploči prema teorijama najveće distorzijske energije (HMH) i najvećih posmičnih naprezanja (Tresca). Pretpostaviti homogenu raspodjelu naprezanja i ravninsko stanje naprezanja.
Zadano: $\lambda_1 = \lambda_2 = 1{,}0005$, $E = 200$ GPa, $\nu = 0{,}3$.



Rješenje: $\sigma^{HMH} = 142{,}85$ MPa, $\sigma^{Tresca} = 142{,}885$ MPa

35.zadatak

Konzola prikazana na slici sastoji se od šipke AB kružnog poprečnog presjeka promjera d na koju je zavarena kruta ploča BC. Ploča je opterećena silom F paralelnom s osi x i silom F paralelnom s osi y. Potrebno je odrediti maksimalan iznos ekvivalentnog naprezanja prema teoriji najvećeg posmičnog naprezanja.



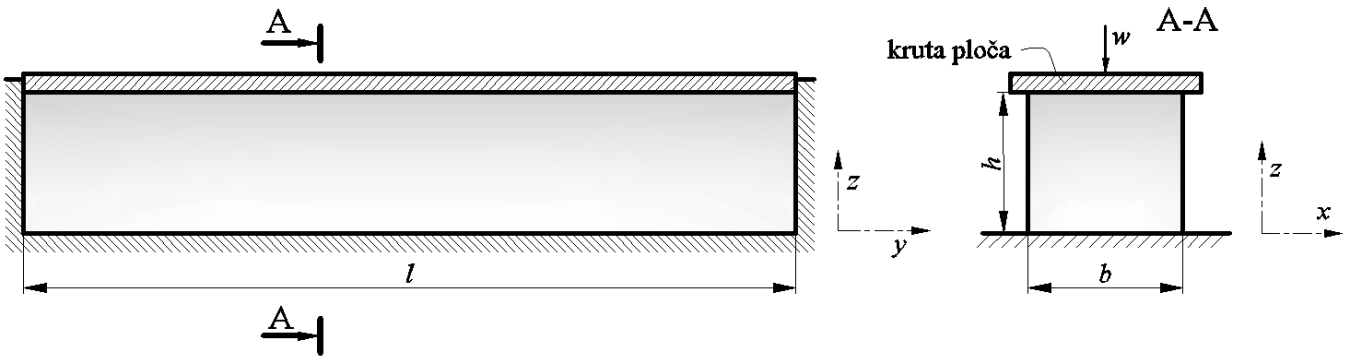
Zadano: F , l , $a = l/4$, $d = l/50$.

Rješenje: Točka A, $\sigma_{ekv} = 4{,}253 \cdot 10^6 \, F/(l^2 \cdot \Pi) = 1{,}354 \cdot 10^6 \, F/l^2$

36.zadatak

Čelična šipka dimenzija $b \times h \times l$ (200 × 200 × 1000) mm uklještena je između dviju nepomičnih krutih stijenki, prema slici. Šipka je opterećena preko krute ploče, na koju je nametnut pomak w. Potrebno je odrediti ekvivalenta naprezanja u šipci prema teorijama najveće distorzijske energije (HMH) i najvećih posmičnih naprezanja (Tresca). Pretpostaviti homogenu raspodjelu naprezanja i ravninsko stanje deformacija.

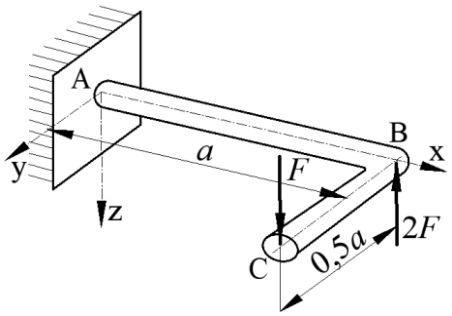
Zadano: $w = 0{,}1$ mm, $E = 200$ GPa, $\nu = 0{,}3$.



Rješenje: $\sigma^{HMH} = 97{,}672$ MPa, $\sigma^{Tresca} = 109{,}89$ MPa

37.zadatak

Štap ABC kružnog poprečnog presjeka zadan je i opterećen prema slici. Potrebno je odrediti promjer d prema teoriji najvećeg posmičnog naprezanja te skicirati dijagrame unutarnjih sila i momenata.

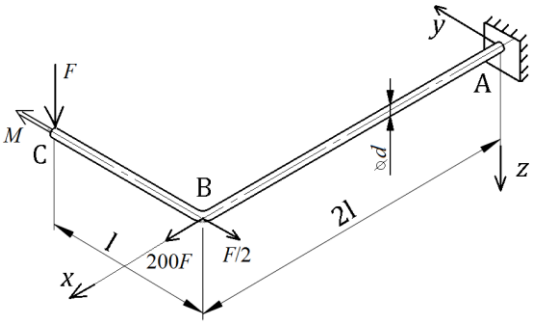


Zadano: $F = 1$ kN, $a = 1$ m, $\sigma_{dop} = 100$ MPa.

Rješenje: $d \geq 49$ mm

38.zadatak

Za konzolu zadanu i opterećenu prema slici potrebno je odrediti najveći izvedivi iznos dimenzije l za zadano dopušteno naprezanje prema teoriji najvećeg posmičnog naprezanja (potrebno je u obzir uzeti i uzdužno opterećenje).



Zadano: $d = 30$ mm, $M = 2Fl$, $F = 200$ N, $\sigma_{dop} = 150$ N/mm^2

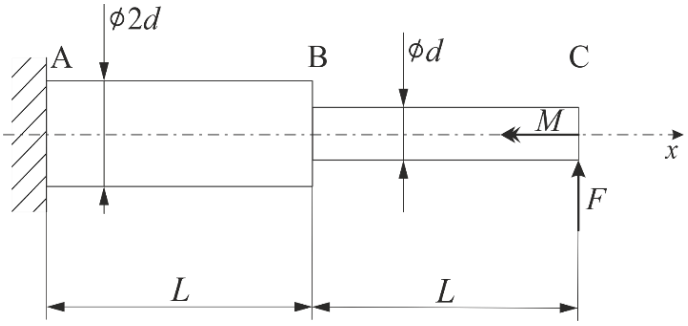
Rješenje: $l = 576{,}37$ mm

39.zadatak

Za konzolu promjenjivog kružnog poprečnog presjeka prema slici odredite iznos parametra d prema teoriji najveće distorzijske energije.

Zadano: $L = 1\,\text{m}$, $F = 100\,\text{N}$, $M = 250\,\text{Nm}$,

$E = 120\,\text{GPa}$, $G = 45\,\text{GPa}$, $\sigma_{\text{dop}} = 130\,\text{MPa}$.

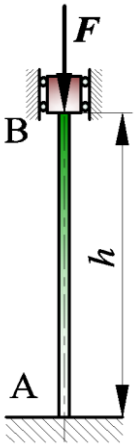


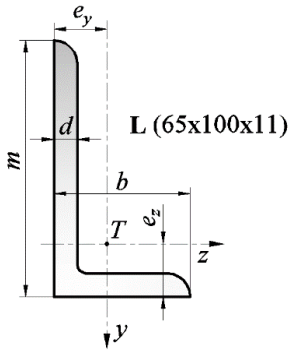
Rješenje: $d \geq 26{,}54$ mm

40.zadatak

Za stup, zadan i opterećen tlačnom silom F, potrebno je odrediti kritičnu silu izvijanja.

Zadano: $h = 5\,\text{m}$, $E = 210\,\text{GPa}$, $\sigma_{\text{p}} = 180\,\text{MPa}$, $\sigma_{\text{T}} = 220\,\text{MPa}$, $\sigma_0 = 310\,\text{MPa}$.





$\mathbf{L}(b \times m \times d)\ 65 \times 100 \times 11$:

$A = 1710\,\text{mm}^2$, $e_y = 16{,}7\,\text{mm}$, $e_z = 34\,\text{mm}$,

$I_y = 55{,}1\,\text{cm}^4$, $I_z = 167\,\text{cm}^4$, $I_{yz} = 51{,}908\,\text{cm}^4$.

Rješenje: $F_{\text{kr}} = 115{,}169$ kN

41.zadatak

Štap pravokutnog poprečnog presjeka uklješten je na oba kraja. Ako se štap zagrije za ΔT potrebno je:

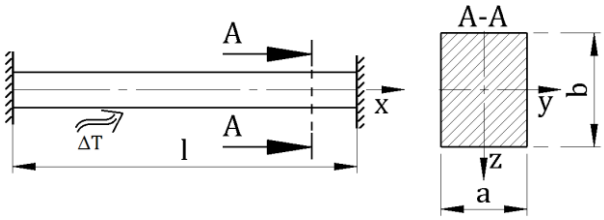
a) odrediti sile u uklještenjima,

b) provjeriti hoće li doći do izvijanja.

Zadano: $a = 40$ mm, $b = 100$ mm, $l = 2000$ mm,

$\Delta T = 25$ K, $E = 200$ GPa, $\alpha = 12 \cdot 10^{-6}\ \text{K}^{-1}$,

$\sigma_{\text{p}} = 180$ MPa, $\sigma_{\text{T}} = 220$ MPa, $\sigma_0 = 310$ MPa.

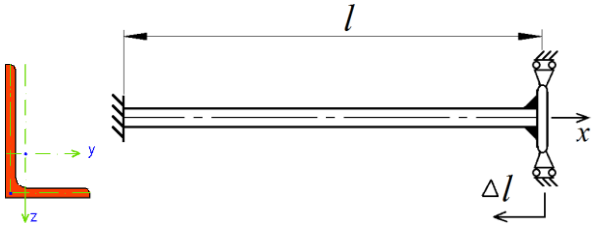


Rješenja: $F_{\text{uk}} = 240$ kN, Neće doći do izvijanja.

42.zadatak

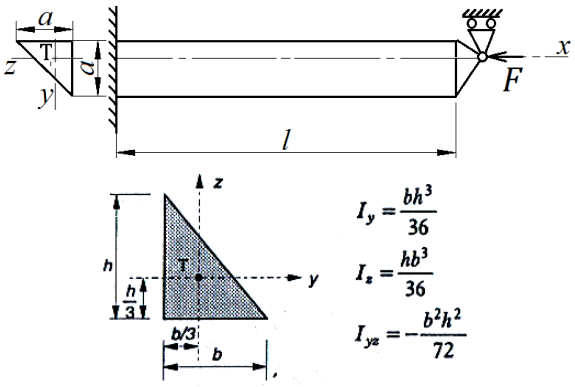
Za štap učvršćen prema slici provjerite hoće li doći do izvijanja ukoliko se jedan njegov kraj pomakne za Δl. Poprečni presjek štapa zadan je slikom i podacima.

Zadano: $l = 2{,}5$ m, $\Delta l = 2{,}5$ mm, $A = 1711\ \text{mm}^2$, $I_y = 2{,}07 \cdot 10^6\ \text{mm}^4$, $I_z = 6{,}51 \cdot 10^5\ \text{mm}^4$, $I_{yz} = 6{,}68 \cdot 10^5\ \text{mm}^4$, $\sigma_{\text{p}} = 180$ MPa, $\sigma_{\text{T}} = 220$ MPa, $\sigma_0 = 310$ MPa, $E = 200$ GPa.



Rješenje: $F_{\text{kr}} = 353{,}65$ kN, Neće doći do izvijanja.

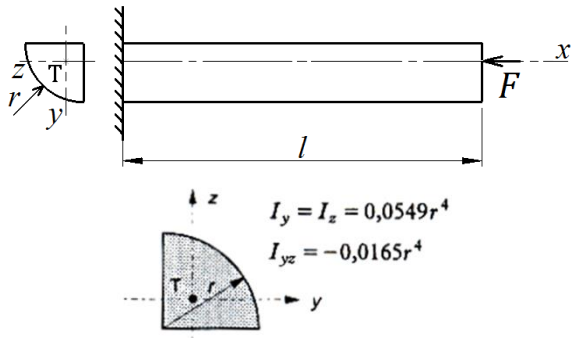
43.zadatak



Za štap uklješten na jednom kraju, a na drugom oslonjen na pomični zglobni oslonac zadan i opterećen prema slici potrebno je provjeriti hoće li doći do izvijanja. Poprečni presjek zadan je slikom.
Zadano: l = 1 m, a = 50 mm, σ_P = 180 MPa, σ_T = 220 MPa, σ_0 = 260 MPa, E = 200 GPa, F = 200 kN.

Rješenje: F_{kr} = 244 kN > F, ne dolazi do izvijanja.

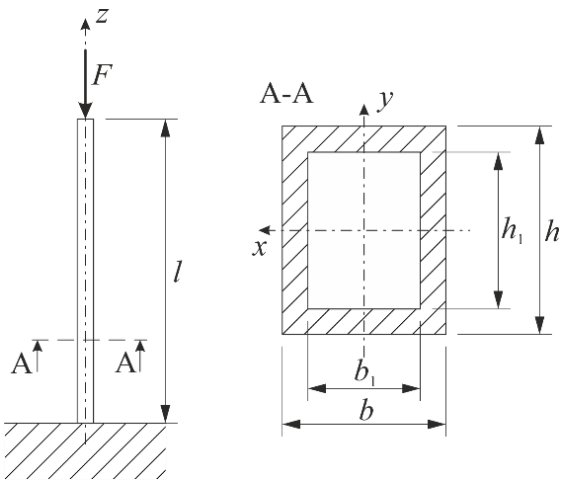
44.zadatak



Za konzolu zadanu i opterećenu prema slici potrebno je provjeriti hoće li doći do izvijanja. Poprečni presjek zadan je slikom.
Zadano: l = 0,5 m, r = 50 mm, σ_P = 180 MPa, σ_T = 220 MPa, σ_0 = 260 MPa, E = 200 GPa, F = 350 kN.

Rješenje: F_{kr} = 374,7 kN > F, ne dolazi do izvijanja.

45.zadatak



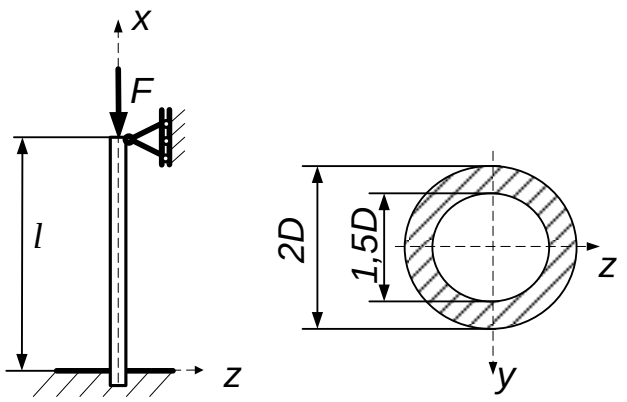
Za štap učvršćen i opterećen prema slici, potrebno je odrediti:

a) najveću duljinu štapa $l = l_1$ za koju se može proračun provesti po Tetmayeru,
b) iznos kritične sile za duljinu štapa $l = 1,2l_1$.

Zadano: $b = 50\,\text{mm}, b_1 = 30\,\text{mm}, h = 70\,\text{mm}, h_1 = 50\,\text{mm},$
$E = 210\,\text{GPa}, \sigma_p = 180\,\text{MPa}, \sigma_T = 220\,\text{MPa},$
$\sigma_0 = 310\,\text{MPa}.$

Rješenje: $l_1 = 942{,}15\,\text{mm}, F_{kr} = 249{,}99\,\text{kN}.$

46.zadatak



Za štap poprečnog presjeka prikazanog na slici treba odrediti minimalni iznos dimenzije poprečnog presjeka D ako se zahtijeva da faktor sigurnosti na izvijanje bude 3 ($S = 3$).
Zadano: l = 1,5 m, F = 15 kN , σ_P = 180 MPa, σ_0 = 310 MPa, σ_T = 220 MPa, E = 210 GPa.

Rješenje: $D \geq 14{,}53\,\text{mm}$